Integraltransformationsbasierte Verfahren zur multiskaligen Analyse von Daten im ingenieurgeodätischen Monitoring

Uwe KÖSTER[1] (0009-0001-5338-2220), Dennis VOLLERT[2] (0009-0000-8795-4285), Nick KIRSCHKE[3] & Dominic KLUCK[4]

[1] Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Geographisches Institut, koester@geographie.uni-kiel.de

[2] Hochschule Neubrandenburg, Fachbereich Landschaftswissenschaften und Geomatik

[3] Hochschule Neubrandenburg, Fachbereich Landschaftswissenschaften und Geomatik

[4] Hochschule Neubrandenburg, Fachbereich Landschaftswissenschaften und Geomatik

DOI: 10.3217/978-3-99161-070-0-017, CC BY 4.0

1 Einleitung

Geodätische Überwachungsaufgaben werden durch eine Vielzahl miteinander verknüpfter Faktoren bestimmt. Insbesondere sind dies die messtechnischen und methodischen Anforderungen sowie die definierten Zielsetzungen. Wie in den grundlegenden Werken zur Ingenieurgeodäsie dargelegt, tragen auch die physikalischen und infrastrukturellen Bedingungen des jeweiligen Überwachungsobjekts maßgeblich zur Komplexität der Aufgaben bei [Heunecke u. a., 2013]. Somit beinhalten diese Aufgaben oft ein Multiskalenproblem, bei dem zeitliche und räumliche Skalen kombiniert mikroskopisch bis makroskopisch verlaufen können. Basierend darauf werden in diesem Beitrag moderne Methoden zur Analyse von Messdaten vorgestellt, die geeignet sind, diese zeitlich und räumlich hochdimensionalen Prozesse zu untersuchen.

Das geodätische Monitoring hat in den vergangenen Jahrzehnten einen erheblichen technologischen Wandel durchlaufen. Während in der Vergangenheit überwiegend manuelle Punktmessungen durchgeführt wurden, sind heute durchgängig automatisierte und flächenhafte Messsysteme etabliert, die hochpräzise Daten in hoher zeitlicher Auflösung erfassen sowie annähernd in Echtzeit auswerten [Lienhart, 2019]. Die zunehmende Nutzung moderner Sensorkonzepte, wie GNSS, terrestrischem Laserscanning (TLS), Inklinometern oder MEMS-basierten Sensoren hat dabei wesentlich zur Erhöhung der Messdichte, zur Verbesserung der Datenqualität sowie zur Integration multipler Datenquellen beigetragen [Lienhart, 2017].

Der Fokus des ingenieurgeodätischen Monitorings liegt dabei nicht ausschließlich auf der geometrischen Datenerhebung, sondern vielmehr auf der Ableitung physikalischer Zusammenhänge zum Verständnis der Objektdeformation. Dies umfasst die Analyse kurz- und langfristiger Bewegungskomponenten, die Erkennung von Merkmalen sowie die Ableitung von Modellen zur Beschreibung der Prozesscharakteristik [Neuner u. Foppe, 2009]. Dafür kommen zunehmend Methoden der Zeitreihenanalyse, der Spektralanalyse sowie moderne Verfahren der Multiskalenanalyse zum Einsatz, wie sie auch im Bereich des Structural Health Monitoring (SHM) Anwendung finden. Diese ermöglichen es, komplexe Prozesssignaturen aufzuschlüsseln, äußere Einflüsse zu quantifizieren und potenzielle Risiken frühzeitig zu erkennen.

2 Grundlagen der Zeitreihenanalyse im geodätischen Monitoring

Die statistische Zeitreihenanalyse stellt ein zentrales Arbeitsfeld der Datenauswertung dar, wird jedoch in der geodätischen Praxis trotz ihres hohen Informationsgehalts oft noch nicht systematisch ausgeschöpft. Häufig werden Messreihen lediglich deskriptiv betrachtet, wodurch das volle Potenzial zur Quantifizierung des Deformationsverhaltens ungenutzt bleibt. Dabei bieten etablierte Verfahren, von deskriptiven Methoden bis hin zu komplexen inferentiellen Ansätzen, oft die Möglichkeit, sowohl langfristige Trends als auch periodische Einflüsse, etwa durch Temperatur oder Lastschwankungen, zu identifizieren [Chatfield u. Xing, 2019a; Lienhart, 2011]. Eine Herausforderung bleibt dabei oft die fehlende Synchronisation und Integration räumlich verteilter Sensoren, was die Vergleichbarkeit von Datensätzen beeinträchtigt [Lienhart, 2007]. Dennoch bildet die Zeitreihenanalyse die Basis, um das Deformationsverhalten von Bauwerken quantitativ zu beschreiben, womit sie zu einem integralen Bestandteil moderner geodätischer und struktureller Monitoringkonzepte wird. Historisch geprägt durch die Kommunikationstechnik und die mathematische Statistik, vereint dieses Forschungsfeld heute ingenieurwissenschaftliche spektrale Betrachtungen mit den korrelationsbasierten Ansätzen der Statistik [Priestley, 1981].

Um die in Messreihen enthaltenen periodischen oder multiskaligen Strukturen sichtbar zu machen, wird auf Methoden der klassischen Signalverarbeitung zurückgegriffen. Ein fundamentales Werkzeug zur Charakterisierung stationärer Prozesse bildet hierbei die Fourier-Transformation. Sie erlaubt die Identifikation dominanter Frequenzen und harmonischer Signalkomponenten. Jedoch weißt sie durch den Verlust der zeitlichen Lokalität von Frequenzänderungen in der globalen Transformation entscheidende Einschränkung auf [Chatfield u. Xing, 2019b]. Da reale Monitoring-Daten oft nichtstationäres Verhalten zeigen, ist die simultane Betrachtung von Zeit- und Frequenzinformationen, wie von [Cohen, 1995] gefordert, essenziell. Ein erster Lösungsansatz ist die Kurzzeit-Fourier-Transformation (STFT), welche durch eine segmentweise Analyse eine begrenzte zeitliche Lokalisierung ermöglicht. Diese bleibt jedoch an dem inhärenten Kompromiss gebunden, dass die Zeit-Frequenz-Auflösung durch die gewählte Fensterbreite fixiert ist.

Eine deutlich flexiblere Alternative zur Analyse instationärer Signale bieten Waveletbasierte Methoden. Im Gegensatz zur STFT zerlegt die Wavelet-Transformation Daten in verschiedene Skalenkomponenten und untersucht diese mit einer an die jeweilige Frequenz angepassten zeitlich-räumlichen Auflösung [Daubechies, 1992]. Dies ermöglicht eine adaptive Analyse im Zeit-Skalen-Raum, wodurch sich insbesondere transitorische Ereignisse und multiskalige Prozesse präzise erfassen lassen. Während die kontinuierliche Wavelet-Transformation (CWT) vor allem in der explorativen Analyse stärken zeigt, erlauben die diskrete Wavelet-Transformation (DWT) sowie die Multiskalenzerlegung nach [Mallat, 1989] effiziente numerische Implementierungen, etwa zur Trend-Rausch-Trennung.

Die Wavelet-Analyse ist daher ein zentrales Instrument um lokalisierte Energieschwankungen und dominierende Schwankungsmodi innerhalb von Zeitreihen zu identifizieren [Torrence u. Compo, 1998a]. Diese Eigenschaften werden bereits erfolgreich in der Geophysik und Hydrologie genutzt, beispielsweise zur Untersuchung von Klimavariabilitäten oder Hochwasserzyklen [Weng u. Lau, 1994; Muller u. a., 2024; Sovic Krzic u. a., 2012]. Auch im Structural Health Monitoring (SHM) sind diese Methoden mittlerweile unverzichtbar. Studien belegen, dass die Wavelet-Analyse besonders sensitiv auf lokale Frequenzänderungen und Dämpfungseffekte reagiert, was sie für die Detektion von Schadensereignissen prädestiniert [Staszewski u. Robertson, 2007; Taha u. a., 2006]. Insbesondere bei komplexen, rauschbehafteten Schwingungsantworten im Tiefbau ermöglichen neue Algorithmen auf Basis der DWT eine robuste Entrauschung und somit eine zuverlässigere Zustandsbewertung [Silik u. a., 2024].

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass Fourier-, Wavelet- und Zeit-Frequenzbasierte Methoden komplementäre Informationen liefern, deren Auswahl maßgeblich von der Stationarität und Frequenzstruktur der untersuchten Zeitreihe abhängt. Die Verknüpfung dieser analytischen Verfahren mit hochpräziser geodätischer Sensorik und kostengünstigen IoT-Lösungen (wie Low-Cost GNSS oder MEMS) leistet einen wesentlichen Beitrag zur Weiterentwicklung des Monitorings.

3 Datenanalyse

Die Datenanalyse nimmt im Monitoring eine zentrale Rolle ein, da sie den entscheidenden Schritt von der bloßen Erfassung von Sensordaten hin zur Ableitung relevanter Informationen darstellt. Moderne Gesellschaften sind stark von komplexen technischen Systemen abhängig, weshalb Schäden an Bauwerken frühzeitig erkannt werden müssen, um Ausfälle mit potenziell gravierenden Folgen für Sicherheit und Wirtschaft zu verhindern [Farrar u. Worden, 2012]. Für die schadensbasierte Zustandsüberwachung über mechanische Schwingungseigenschaften sind zahlreiche Faktoren entscheidend. Dazu zählen die Anregung und Messung, insbesondere die Auswahl und Positionierung geeigneter Sensoren, sowie die anschließende Signalverarbeitung mittels Spektralanalyse. Während moderne Monitoring-Systeme kontinuierlich große Mengen heterogener Daten – etwa aus GNSS-Empfängern, MEMS-Sensoren oder faseroptischen Systemen – generieren können, entfaltet sich deren Mehrwert erst durch eine methodisch fundierte Auswertung [Doebling et al., 1998]. Nur durch eine gezielte Analyse lassen sich in den Messdaten verborgene Muster, Trends und Anomalien identifizieren, die Rückschlüsse auf den strukturellen Zustand eines Bauwerks erlauben.

Eine zentrale Grundlage dieser Analyse bilden zeitbezogene Daten. Nahezu alle natürlichen und technischen Prozesse unterliegen zeitlichen Veränderungen, sodass Messgrößen erst durch ihre Verknüpfung mit einem eindeutigen Zeitstempel interpretierbar werden. Der Zeitbezug ermöglicht es, dynamische Entwicklungen systematisch zu erfassen, Veränderungen im Verlauf zu analysieren und zukünftige Zustände abzuleiten. Gerade im Kontext von Big Data ist eine konsistente zeitliche Ordnung innerhalb von Datenstrukturen unerlässlich. In der Geodäsie kommt der Zeitinformation dabei eine besondere Bedeutung zu, da Beobachtungen häufig erst durch ihre zeitliche Einordnung vergleichbar werden. Die Abbildung eines kontinuierlichen zeitabhängigen Prozesses durch diskrete Messwerte wird als Zeitreihe bezeichnet und stellt die methodische Grundlage der Zeitreihenanalyse dar, mit deren Hilfe langfristige Trends, periodische Signalanteile oder abrupte Strukturänderungen sichtbar gemacht werden können.

Vor diesem Hintergrund gewinnt die datengetriebene Analyse zeitbezogener Messreihen im Monitoring eine Schlüsselstellung, da sie moderne Sensornetzwerke mit mathematischen und signalverarbeitungstechnischen Methoden verbindet und eine integrative Beurteilung komplexer Tragwerke ermöglicht [Engel et al., 2020]. Obwohl Geodät*innen aufgrund ihrer Ausbildung in Sensorik, Physik, Statistik und Programmierung grundsätzlich für die Analyse zeitbezogener Daten qualifiziert sind, kommt die Zeitreihenanalyse in der Praxis bislang nur eingeschränkt zum Einsatz. Häufig beschränkt sich die Auswertung auf spektrale Verfahren zur Analyse periodischer Schwingungsvorgänge, die jedoch einen Spezialfall darstellen, da valide Ergebnisse einen ausgeprägt periodischen Signalcharakter voraussetzen. Neben der Fourier-Transformation zur Untersuchung spektraler Signalanteile wird insbesondere die Wavelet-Transformation als weiterführendes Werkzeug zur Analyse nichtstationärer und zeitlich variierender Zeitreihen behandelt, wobei der Fokus auf einer fachlich fundierten und situationsspezifischen Anwendung liegt.

3.1 Von geodätischen Transformationen zur Fourier-Transformation

Der Begriff der Transformation ist in den Geowissenschaften vielschichtig besetzt. In der Geodäsie versteht man darunter meist geometrische Transformationen, etwa die Überführung von Koordinaten zwischen verschiedenen Referenzsystemen oder Projektionen. Solche geodätischen Transformationen dienen dazu, Messgrößen in ein konsistentes Bezugssystem zu überführen und Vergleichbarkeit herzustellen. Im weiteren Sinne lassen sich jedoch auch mathematische Verfahren zur Signal- und Datenverarbeitung als Transformationen verstehen. Hierbei wird ein Signal aus dem Zeitbereich in einen anderen Darstellungsraum überführt, um verborgene Eigenschaften sichtbar zu machen. Die klassische Fouriertransformation beispielsweise wandelt ein zeitabhängiges Signal in seine Frequenzkomponenten um und erlaubt so die Analyse von Schwingungen und periodischen Anteilen. Erweiterte Verfahren wie die Kurzzeit-Fouriertransformation (STFT) oder Wavelet-Transformationen verallgemeinern dieses Prinzip, indem sie zusätzlich eine zeitliche Lokalisierung der Frequenzinformation ermöglichen. Damit besteht eine enge Parallele zwischen geodätischen und mathematischen Transformationen. In beiden Fällen werden Messgrößen in einen anderen Raum überführt, um neue Perspektiven auf die Daten zu gewinnen und die Grundlage für weiterführende Analysen zu schaffen.

Die Rolle der Orthogonalität

In der Geodäsie dienen Transformationen insbesondere dazu, Messpunkte aus unterschiedlichen Referenzsystemen, Beobachtungsgeometrien oder Epochen konsistent zu verknüpfen. Ein klassisches Beispiel sind Koordinatentransformationen zwischen lokalen und globalen Bezugssystemen, die durch Verschiebung, Rotation und Skalierung beschrieben werden können [Torge u. Müller, 2012]. Der Rotationsanteil dieser Transformationen wird dabei durch orthogonale Matrizen dargestellt, die den euklidischen Metrikraum erhalten. Mathematisch wird die Orthogonalität durch die Bedingung RTR = I formuliert, wodurch Längen und Winkel invariant bleiben. Derartige Transformationen sind in der geodätischen Netzberechnung und bei Helmert- Transformationen weit verbreitet [Grafarend u. Krumm, 2006].

Der in der Geodäsie verankerte Orthogonalitätsbegriff findet eine analoge Form in der Analyse zeitabhängiger Messdaten, wenn die Darstellung vom Ortsraum in den Frequenzraum überführt wird. Dies geschieht mittels der Fourier-Transformation, die keine geometrische Rotation des Koordinatenrahmens vornimmt, sondern die Darstellung eines Signals in eine orthogonale Basis aus komplexen Exponentialfunktionen überführt. Die Fourier-Transformation kann als unitäre Abbildung im Hilbertraum L2 aufgefasst werden, wobei die komplexe Orthogonalität die reelle Orthogonalität verallgemeinert [Oppenheim u. Schafer, 2010]. Diese Unitarität gewährleistet, dass das Skalarprodukt des Signals unter der Transformation erhalten bleibt. Das entspricht dem Parseval-Theorem, welches besagt, dass die Signalenergie sowohl im Orts- als auch im Frequenzraum identisch ist [Bracewell, 2000].

Die strukturelle Parallele ist hierbei zentral: Während in der räumlichen Geodäsie orthogonale Transformationen die metrikalen Eigenschaften geometrischer Objekte bewahren, sorgt die orthogonale Basis der Fourier-Transformation dafür, dass energetische Eigenschaften von Messsignalen invariant bleiben. Somit erweitert die Fourier-Transformation den

Transformationsgedanken der Geodäsie vom dreidimensionalen Koordinatenraum in den funktionalen Raum der Signalrepräsentationen. Orthogonalität bildet in beiden Fällen den mathematischen Kern, der Informationsverlust vermeidet, eindeutige Rücktransformationen ermöglicht und die physikalische Interpretation von Messdaten absichert.

Die Fourier-Transformation als Grundwerkzeug

Ein zentrales Grundwerkzeug der Signalanalyse ist die Fourier-Transformation, welche ein zeitabhängiges Signal in seine spektralen Frequenzanteile zerlegt. Sie ermöglicht eine globale Beschreibung des Signalinhalts und liefert insbesondere für stationäre oder schwachstationäre Signalanteile eine klare Identifikation dominanter periodischer Komponenten. Voraussetzung hierfür ist, dass die statistischen Eigenschaften des Signals über die Zeit hinweg im Wesentlichen konstant bleiben.

In der praktischen Anwendung geodätischer Überwachungsmessungen stellen zeitbezogene Daten die Grundlage der meisten Analyseverfahren dar. Erst durch die eindeutige zeitliche Einordnung einzelner Messwerte werden Beobachtungen vergleichbar und dynamische Entwicklungen erfassbar. Die zeitliche Struktur eines Signals ist dabei entscheidend, da reale Messdaten häufig durch zeitlich variierende Einflüsse, transiente Effekte oder strukturelle Änderungen geprägt sind.

Die klassische spektrale Analyse betrachtet das Signal jedoch über den gesamten Beobachtungszeitraum hinweg und verliert dadurch Informationen über die zeitliche Lokalisation einzelner Signalanteile. Insbesondere nichtstationäre Effekte können im Frequenzbereich zwar nachgewiesen, jedoch nicht eindeutig zeitlich zugeordnet werden. Vor diesem Hintergrund gewinnen weiterführende zeit-frequenz-basierte Analysemethoden an Bedeutung, da sie den expliziten Zeitbezug der Daten berücksichtigen und damit eine differenziertere Interpretation geodätischer Zeitreihen ermöglichen.

4 Integraltransformationen

Integraltransformationen sind fundamentale Werkzeuge der Signalverarbeitung und damit von zentraler Bedeutung im Monitoring. Sie erlauben die Überführung von Messdaten aus dem Zeitbereich in alternative Darstellungsräume wie Frequenzbereich oder Zeit-Frequenz-Bereich. Dadurch werden Schwingungen, Moden und transiente Prozesse sichtbar, die in den Rohdaten verborgen bleiben. Im Folgenden werden die wichtigsten Transformationen, wie Kontinuierliche Fourier-Transformation (CFT), Diskrete Fourier-Transformation (DFT), Kurzzeit-Fourier-Transformation (STFT), Kontinuierleiche Wavelet-Transformation (CWT) und Diskrete Wavelet-Transformation (DWT) vorgestellt.

4.1 Kontinuierliche Fourier-Transformation (CFT)

Die kontinuierliche Fourier-Transformation (FT) zählt zu den grundlegenden Werkzeugen der Signal- und Systemanalyse und dient der Zerlegung eines zeitkontinuierlichen Signals $x(t)$ in seine harmonischen Frequenzanteile [Fourier, 1822]:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \tag{1}$$

Das resultierende Spektrum X(ω) beschreibt die vollständige spektrale Zusammensetzung des Signals und ordnet jeder Kreisfrequenz ω eine komplexe Amplitude zu. Diese komplexe Darstellung enthält sowohl Informationen über den Betrag der jeweiligen Frequenzkomponente, der deren Energie- bzw. Amplitudenanteil widerspiegelt, als auch über die Phasenlage, welche die zeitliche Position der Schwingungsanteile bestimmt. Damit ermöglicht die Fourier-Transformation einen grundlegenden Perspektivwechsel vom Zeitbereich in den Frequenzbereich und stellt eine kompakte Beschreibung der im Signal enthaltenen Schwingungsanteile bereit.

Eine zentrale Eigenschaft der Fourier-Transformation ist ihre Linearität, wodurch sich die Transformation einer Linearkombination von Signalen direkt aus den Transformationen der einzelnen Signalanteile ergibt. Dies erlaubt es, komplexe Signale als Überlagerung elementarer harmonischer Schwingungen zu interpretieren. Darüber hinaus gewährleistet das Parseval-Theorem die Energieerhaltung zwischen Zeit- und Frequenzbereich, sodass die Gesamtenergie eines Signals unabhängig von der Darstellungsform identisch bleibt [Oppenheim et al., 1999]. Ein weiteres grundlegendes Konzept ist die Dualität zwischen Zeit- und Frequenzbereich, nach der Zeit- und Frequenzvariable formal gleichwertig sind und sich viele Eigenschaften der Fourier-Transformation spiegelbildlich übertragen lassen. In Verbindung mit der Invertierbarkeit der Transformation ist damit sichergestellt, dass ein Signal bei Kenntnis seines vollständigen Spektrums eindeutig rekonstruierbar ist.

Die Anwendung der kontinuierlichen Fourier-Transformation ist insbesondere für stationäre Prozesse sinnvoll, bei denen sich statistische Eigenschaften wie Mittelwert, Varianz und Autokorrelationsfunktion zeitlich nicht ändern. Unter dieser Annahme liefert das Frequenzspektrum eine stabile und aussagekräftige Beschreibung der dominierenden Signalanteile. In der Praxis wird die Fourier-Transformation daher häufig zur Identifikation von Eigenfrequenzen und Resonanzen eingesetzt, etwa zur Charakterisierung dynamischer Systeme oder zur Analyse stationärer Schwingungsprozesse. Ebenso ermöglicht sie den Vergleich aktueller Frequenzspektren mit Referenzzuständen, wodurch Veränderungen im Systemverhalten detektiert werden können.

Eine wesentliche Einschränkung des sog. Amplitudenspektrums besteht jedoch darin, dass sie keine zeitliche Lokalisierung der Frequenzanteile erlaubt. Das Spektrum beschreibt ausschließlich, welche Frequenzen im Signal enthalten sind, jedoch nicht, zu welchem Zeitpunkt diese auftreten. Bei nichtstationären Signalen, deren spektrale Eigenschaften sich zeitlich verändern, ist die Interpretation des Fourier-Spektrums daher nur eingeschränkt möglich, da zeitlich begrenzte Ereignisse oder transiente Effekte im globalen Frequenzbild überlagert werden [Bracewell, 1999]. Diese Einschränkung bildet die zentrale Motivation für die Entwicklung zeitabhängiger oder multiskaliger Analyseverfahren.

4.2 Diskrete Fourier-Transformation (DFT)

Für praktisch relevante Anwendungen liegt ein Signal jedoch nicht in kontinuierlicher Form vor, sondern als endliche, diskrete Folge von Messwerten x[n] mit der Länge N, die typischerweise in äquidistanten Zeitabständen erfasst wurden. Für solche diskreten Messreihen wird die kontinuierliche Fourier-Transformation durch die diskrete Fourier-Transformation (DFT) ersetzt. Nach [Gauss, 1805] ist diese definiert als

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-\frac{j2\pi kn}{N}}, k = 0, \dots, N-1 \tag{2}$$

Die DFT überführt die endliche Zeitreihe x[n] in ein ebenfalls endliches, äquidistant abgetastetes Frequenzspektrum X[k]. Jedem Index k ist dabei eine diskrete Frequenz zugeordnet, sodass das Spektrum eine diskrete Approximation der kontinuierlichen spektralen Darstellung darstellt.

Eine wesentliche Eigenschaft der DFT ist die feste Frequenzauflösung Δf = fs/N, die sich aus der Abtastrate fs und der Anzahl der Stützstellen ergibt. Damit ist die spektrale Auflösung unmittelbar an die Länge der Messreihe gekoppelt. Gleichzeitig geht die DFT implizit von einer periodischen Fortsetzung des betrachteten Signals aus, was insbesondere bei endlichen Datensätzen zu Randartefakten oder spektraler Leakage führen kann. Numerisch ist die DFT stabil, ihr direkter Rechenaufwand skaliert jedoch quadratisch mit der Datenlänge O(N2), wodurch sie für große Datensätze nur eingeschränkt praktikabel ist.

In der Praxis findet die DFT breite Anwendung bei der Verarbeitung diskreter Sensordaten, etwa aus Beschleunigungsmessungen, GNSS-Zeitreihen oder anderen kontinuierlich aufzeichnenden Messsystemen. Insbesondere bei der Modalanalyse oder der Untersuchung periodischer Schwingungsanteile in endlichen Datensätzen liefert die DFT eine kompakte und anschauliche Beschreibung der dominanten Frequenzkomponenten.

Um den hohen Rechenaufwand der direkten DFT zu reduzieren, wird in nahezu allen praktischen Anwendungen die schnelle Fourier-Transformation (FFT) eingesetzt. Die FFT ist kein eigenständiges Transformationsverfahren, sondern ein Algorithmus zur effizienten Berechnung der DFT [Cooley u. Tukey, 1965]. Durch geschickte Zerlegung der Summenstruktur reduziert sich die Rechenkomplexität von O(N2) auf O(N logN), was insbesondere für große Datenmengen einen erheblichen Effizienzgewinn darstellt [Oppenheim et al., 1999]. Besonders effizient ist die FFT bei Datensatzlängen der Form N = 2m, weshalb Messreihen in der Praxis häufig entsprechend segmentiert werden.

Die FFT bildet damit die rechentechnische Grundlage nahezu aller modernen Spektralanalysen und ermöglicht auch die Echtzeit-Auswertung kontinuierlicher Messdaten, etwa in der Bauwerksüberwachung oder in eingebetteten Sensor- und IoT-Systemen. Trotz dieser Vorteile bleiben die grundlegenden Eigenschaften und Einschränkungen der DFT bestehen. Die FFT liefert eine global gemittelte Frequenzdarstellung mit fester Auflösung und setzt eine hinreichende Stationarität der betrachteten Signalanteile voraus. Zeitlich lokale Änderungen oder transiente Effekte können daher auch mit der FFT nur eingeschränkt abgebildet werden.

4.3 Kurzzeit-Fourier-Transformation (STFT)

Die Kurzzeit-Fourier-Transformation (Short-Time Fourier Transform, STFT) erweitert das klassische Fourier-Konzept, indem das Signal nicht mehr global, sondern lokal im Zeitbereich analysiert wird. Hierzu wird das kontinuierliche Signal x(t) mit einem zeitlich begrenzten Fenster w(t) multipliziert, das entlang der Zeitachse verschoben wird. Für jede Fensterposition τ wird anschließend eine Fourier-Transformation durchgeführt, wodurch eine gemeinsame Zeit-Frequenz-Darstellung entsteht [Gabor, 1946] und [Allen u. Rabiner, 1977]:

$$X(\tau,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \omega(t-\tau) \cdot e^{-j\omega t} dt \tag{3}$$

Das Ergebnis X(τ, ω) beschreibt, welche Frequenzanteile zu welchem Zeitpunkt im Signal auftreten, und wird häufig in Form eines Spektrogramms visualisiert. Auf diese Weise lassen sich zeitlich begrenzte oder sich verändernde spektrale Eigenschaften erfassen, die in einer klassischen Fourier-Analyse verborgen bleiben würden.

Die zentrale Eigenschaft der STFT ist der feste Zusammenhang zwischen Zeit- und Frequenzauflösung. Die Wahl der Fensterfunktion w(t) bestimmt dabei unmittelbar die Länge des analysierten Zeitintervalls und damit die erreichbare Auflösung in beiden Domänen. Kurze Fenster erlauben eine präzise zeitliche Lokalisierung schneller Signaländerungen, gehen jedoch mit einer reduzierten Frequenzauflösung einher. Lange Fenster verbessern hingegen die frequenzielle Trennschärfe, verschlechtern jedoch die zeitliche Auflösung. Dieser fundamentale Zielkonflikt wird als Zeit-Frequenz-Trade-off bezeichnet und ist eine direkte Konsequenz der Heisenbergschen Unschärferelation [Heisenberg, 1927].

Neben der Fensterlänge beeinflusst auch die Fensterform maßgeblich die Eigenschaften der STFT. Gängige Fensterfunktionen wie Hann-, Hamming- oder Gauß-Fenster unterscheiden sich hinsichtlich Hauptkeulenbreite und Nebenkeulenunterdrückung, was sich auf spektrale Leckage und Auflösung auswirkt [Cohen u. Lee, 1989]. In der Praxis wird häufig eine Überlappung benachbarter Fenster von etwa 50–75% gewählt, um ein glattes und stabiles Spektrogramm zu erhalten und Diskontinuitäten zwischen aufeinanderfolgenden Zeitabschnitten zu vermeiden. Die Fensterparameter sollten dabei stets an die erwarteten Modalfrequenzen sowie an das Ausmaß der zeitlichen Nichtstationarität des Signals angepasst werden. Aufgrund ihrer Fähigkeit zur zeitlich aufgelösten Spektralanalyse eignet sich die STFT insbesondere zur Untersuchung transienter Ereignisse wie Lastwechsel, Schläge oder kurzzeitiger Störungen. Darüber hinaus kann sie zur Verfolgung zeitlich variierender Frequenzen, etwa bei Frequenzdrift oder Modulationsphänomenen, eingesetzt werden. Auch in der schadensbasierten Zustandsüberwachung nichtstationärer Signale liefert die STFT wertvolle Hinweise, da Veränderungen im Zeit-Frequenz-Verhalten als potenzielle Schadensindikatoren interpretiert werden können. Gleichzeitig bleibt die feste Auflösung der STFT jedoch eine grundlegende Einschränkung, die bei komplexen Signalen mit gleichzeitig kurz- und langzeitigen Strukturen zu Kompromissen in der Analyse führt.

4.4 Kontinuierliche-Wavelet-Transformation (CWT)

Die kontinuierliche Wavelet-Transformation (CWT) basiert auf der Projektion eines Signals auf eine skalierbare und verschiebbare Basisfunktion, das sogenannte Mutter-Wavelet ψ(t), und ermöglicht dadurch eine zeit- und skalenabhängige Analyse der Signalstruktur, siehe [Mallat, 1989] und [Grossmann u. Morlet, 1984]. Für ein zeitkontinuierliches Signal x(t) ist die CWT definiert als

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \psi^{*}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \tag{4}$$

wobei der Skalenparameter a die zeitliche Ausdehnung des Wavelets steuert und damit indirekt den betrachteten Frequenzbereich bestimmt, während der Translationsparameter b die zeitliche Position des Wavelets entlang des Signals beschreibt. Durch die kontinuierliche Variation beider Parameter entsteht eine hochaufgelöste Zeit-Skalen-Darstellung, in der sowohl kurzzeitige hochfrequente Ereignisse als auch langperiodische Signalanteile simultan erfasst werden können.

Ein zentrales Merkmal der CWT ist ihre multiskalige Struktur mit adaptiver Zeit-Frequenz-Auflösung. Hohe Frequenzen werden mit guter zeitlicher Auflösung, niedrige Frequenzen hingegen mit erhöhter frequenzieller Auflösung dargestellt. Diese Eigenschaft unterscheidet die CWT grundlegend von klassischen Fourier-basierten Verfahren und macht sie besonders geeignet für die Analyse nichtstationärer Signale. Die Wahl des Mutter-Wavelets hat dabei einen maßgeblichen Einfluss auf die resultierende Darstellung.Während beispielsweise das Morlet-Wavelet aufgrund seiner sinusähnlichen Struktur für die Analyse schwingungsdominierter Signale prädestiniert ist, eignen sich kompakt unterstützte Wavelets wie Haar- oder Daubechies-Wavelets besser zur Detektion sprunghafter Änderungen oder lokaler Diskontinuitäten, siehe [Torrence u. Compo, 1998b].

In der ingenieurwissenschaftlichen und geodätischen Anwendung wird die CWT insbesondere zur Detektion transienter Ereignisse wie Rissbildungen, impulsartiger Störungen oder lokaler Steifigkeitsänderungen eingesetzt. Darüber hinaus erlaubt sie die Analyse der Schwingungsenergie über verschiedene Skalen hinweg, wodurch zeitlich veränderliche Dynamiken sichtbar gemacht werden können. In Kombination mit der Modalanalyse, welche die Eigenfrequenzen, Dämpfungen und Modenformen eines Tragwerks beschreibt, lassen sich robuste Merkmale zur Zustandsbewertung und Schadensdiagnose extrahieren. Die CWT ergänzt hierbei klassische modalbasierte Ansätze, indem sie eine zeitlich lokalisierte Betrachtung modal relevanter Energieanteile ermöglicht.

Für die praktische Anwendung ist eine sorgfältige Wahl des Mutter-Wavelets erforderlich, die sich an der Signalcharakteristik orientieren sollte. Zudem ist bei endlichen Datensätzen eine geeignete Randbehandlung, etwa durch Padding oder Spiegelung, notwendig, um Randartefakte im Skalogramm zu reduzieren [Torrence u. Compo, 1998b]. Aufgrund der kontinuierlichen Parametrisierung ist die CWT jedoch mit einem vergleichsweise hohen Rechenaufwand verbunden und liefert eine redundante Darstellung. Für recheneffiziente Anwendungen, Kompression oder rekonstruktive Aufgaben wird daher häufig auf die diskrete Wavelet-Transformation zurückgegriffen. Dennoch bleibt die CWT ein leistungsfähiges Analysewerkzeug, dessen interpretative Stärke insbesondere in der explorativen Untersuchung komplexer, zeitlich variierender Prozesse liegt.

4.5 Diskrete Wavelet-Transformation (DWT)

Die diskrete Wavelet-Transformation (DWT) stellt eine effiziente und praxisnahe Realisierung der Wavelet-Analyse dar und basiert konzeptionell auf der Multiresolution Analysis (MRA), wie sie von Mallat [1989] eingeführt wurde. Im Gegensatz zur kontinuierlichen Wavelet-

Transformation arbeitet die DWT mit diskreten Skalenund Translationsparametern und ermöglicht dadurch eine nicht-redundante, exakt rekonstruierbare Darstellung eines Signals. Grundlage der DWT ist eine iterative Zerlegung des diskreten Signals x[n] in grobe und feine Anteile, welche durch die sukzessive Anwendung eines Tiefpass- und eines Hochpassfilters sowie einer anschließenden Unterabtastung um den Faktor zwei realisiert wird. Mathematisch ergibt sich für die Approximations- und Detailkoeffizienten der nächsthöheren Skala j + 1 die Beziehung

$$a_{j+1}(k) = \sum_{n} h(n-2k)a_j(n) \tag{5}$$

$$d_{j+1}(k) = \sum_{n} g(n-2k)a_j(n) \tag{6}$$

wobei $a_j[n]$ die Approximationskoeffizienten der Skala j, $d_j[n]$ die zugehörigen Detailkoeffizienten sowie h[n] und g[n] die Skalierungs- bzw. Waveletfilter des gewählten Mutter-Wavelets bezeichnen.

Die Approximationskoeffizienten a_{j+1} beschreiben dabei ein geglättetes, niederfrequentes Abbild des Signals auf einer gröberen Skala, während die Detailkoeffizienten d_{j+1} jene Signalanteile erfassen, die beim Übergang auf diese gröbere Darstellung verloren gehen würden. Insbesondere reagieren die Hochpassfilter empfindlich auf lokale Gradienten, sprunghafte Änderungen und hochfrequente Signalanteile, während konstante oder langsam variierende Komponenten weitgehend unterdrückt werden. Datensprünge oder impulsartige Störungen manifestieren sich daher als lokal konzentrierte, betragsmäßig große Detailkoeffizienten, häufig über mehrere aufeinanderfolgende feine Skalen hinweg. Diese Eigenschaft macht die DWT besonders geeignet für die Detektion und Lokalisierung lokaler Diskontinuitäten in Messreihen.

Durch die dyadische Skalenstruktur wird eine multiskalige Analyse mit sehr hoher numerischer Effizienz ermöglicht. Die Rechenkomplexität der schnellen Wavelet-Transformation liegt bei O(N) und ist damit deutlich geringer als bei klassischen spektralen Verfahren, was ihren Einsatz für große Datenmengen und Echtzeitanwendungen prädestiniert. Abhängig von der Filterwahl können orthogonale oder biorthogonale Wavelet-Basen, etwa Haar-, Daubechies- oder Symlet-Wavelets, verwendet werden [Daubechies, 1988]. Bei geeigneter Wahl der Filter ist eine exakte Rekonstruktion des Ursprungssignals aus den Approximations- und Detailkoeffizienten gewährleistet.

Im Vergleich zur kontinuierlichen Wavelet-Transformation liefert die DWT keine kontinuierliche Zeit-Skalen-Darstellung, sondern eine diskrete, skalenabhängige Repräsentation. Die feste dyadische Skalenstruktur kann bei sehr komplexen oder nicht dyadisch skalierten Prozessen in speziellen Anwendungen zu Informationsverlust führen, was jedoch in den meisten ingenieurgeodätischen Fragestellungen von untergeordneter Bedeutung ist. Die Wahl des Mutter-Wavelets sowie der Zerlegungstiefe beeinflusst die Analyseergebnisse maßgeblich und erfordert fachliche Erfahrung sowie eine Anpassung an die jeweilige Signalcharakteristik [Mallat, 1999].

4.6 Wavelet-Transformation in der Geodäsie

Die vorgestellten Transformationen bilden ein abgestuftes Methodenspektrum zur Analyse zeitabhängiger Messdaten, wie sie insbesondere in der Geodäsie und im Bauwerksmonitoring auftreten. Klassische Fourier-basierte Verfahren wie die FT, DFT und FFT stellen dabei grundlegende Werkzeuge zur frequenzbasierten Auswertung dar und eignen sich vor allem für stationäre oder nahezu stationäre Schwingungsprozesse. Sie werden in der Praxis häufig zur Identifikation globaler Eigenfrequenzen, Resonanzen oder langfristig stabiler Dynamiken eingesetzt, liefern jedoch keine Information über die zeitliche Entwicklung dieser Frequenzanteile.

Zeit-Frequenz-Verfahren wie die Kurzzeit-Fourier-Transformation erweitern diese Analyse, indem sie eine zeitliche Lokalisierung spektraler Inhalte ermöglichen. Für geodätische Monitoringanwendungen, bei denen Messdaten häufig durch zeitlich begrenzte Ereignisse, wechselnde Umweltbedingungen oder veränderliche Anregungen beeinflusst werden, ist diese Eigenschaft grundsätzlich von Vorteil. Der feste Auflösungs-Trade-off zwischen Zeit und Frequenz schränkt die Aussagekraft jedoch bei stark nichtstationären, multiskaligen oder transienten Signalanteilen ein, wie sie etwa bei Rissbildung, Lastumlagerungen oder sprunghaften Strukturänderungen auftreten können.

Die Wavelet-Transformation adressiert diese Einschränkungen gezielt und bietet insbesondere für das Bauwerksmonitoring in der Geodäsie einen hohen Mehrwert. Durch ihre multiskalige Struktur ermöglicht sie eine adaptive Zeit-Frequenz-Auflösung, bei der hochfrequente, kurzzeitige Effekte mit hoher zeitlicher Genauigkeit und niederfrequente, langfristige Prozesse mit hoher spektraler Präzision erfasst werden. Damit eignet sich die Wavelet-Transformation besonders für die Analyse komplexer Strukturantworten, die durch eine Überlagerung unterschiedlicher Zeitskalen gekennzeichnet sind.

Während die kontinuierliche Wavelet-Transformation vor allem der detaillierten Analyse und Interpretation zeitlich variierender Schwingungsenergie dient, erlaubt die diskrete Wavelet-Transformation eine recheneffiziente, nicht-redundante Zerlegung der Messdaten. Dies prädestiniert sie für die Detektion lokaler Anomalien, Datensprünge und transienter Effekte sowie für automatisierte Auswerteverfahren im Rahmen langfristiger Monitoringkonzepte. In der ingenieurgeodätischen Praxis ergibt sich somit ein methodischer Baukasten, in dem Wavelet-basierte Verfahren eine zentrale Rolle bei der Auswertung zeitabhängiger Sensordaten einnehmen und klassische frequenzbasierte Ansätze sinnvoll ergänzen.

5 Anwendungen der Integraltransformationen im Monitoring

Anwendungsbeispiele kommen aus dem ingenieurgeodätischen Monitoring an der Marienkirche in Neubrandenburg und der St.-Petri-Kirche in Altentreptow. In Neubrandenburg wurde ein Langzeitmonitoring durchgeführt, das verschiedene Sensortypen wie GNSS, Tachymeter und MEMS-Sensoren kombinierte [Engel et al., 2017]. Mittels Fourier-Analysen konnten Eigenfrequenzen und Schwingungsmoden des Kirchturms bestimmt werden.

5.1 Analyse von GNSS-Messungen an der Marienkirche

Die Erfassung der Turmschwingungen mittels GNSS erfolgte über einen Rover, welcher am Kirchturm befestigt ist und einer Referenzstation, welche auf dem Messdach der Hochschule Neubrandenburg angebracht war. Die Empfänger arbeiteten mit einer Abtastfrequenz von 20 Hz. Das Ergebnis der Schwingungsanalyse ergab mehrere Schwingfrequenzen. Der größte Auslenkung lag bei einer Frequenz von 1,14 Hz mit einer Amplitude von knapp unter einem Millimeter, siehe Abb. 1.

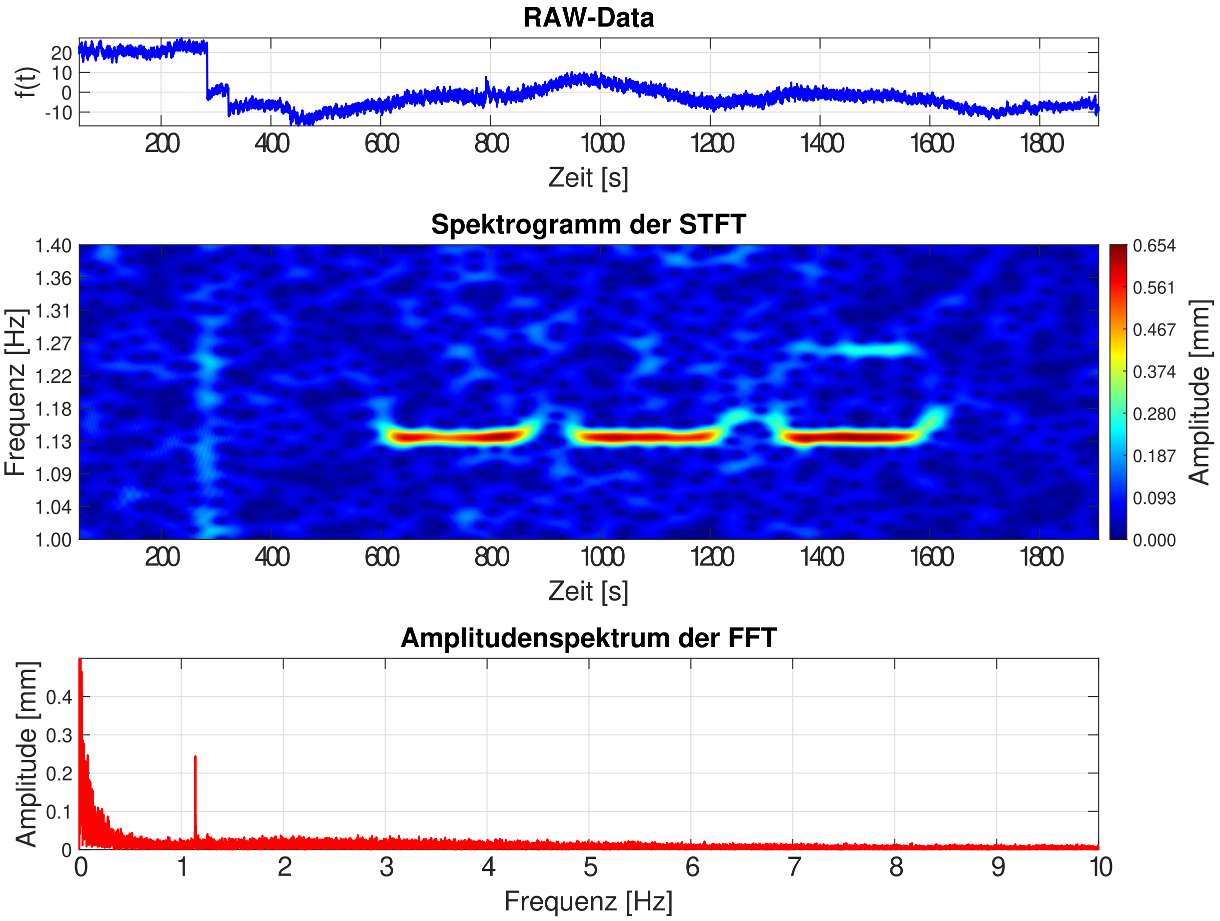

Abb. 1: Amplitudenspektrum und Spektrogramm der GNSS-Messung

Im Spektrogramm ist deutlich das Abschalten der Glockenläuteanlage bei 900 Sekunden und 1200 Sekunden zu sehen. Dies wird im einfachen Amplitudenspektrum nicht sichtbar und war bis zur Auswertung mittels Kurzzeitfourieranalyse auch nicht bekannt gewesen.

5.2 Analyse von NIVEL210-Messungen an der St.-Petri-Kirche

Die St. Peter Kirche in Altentreptow ist in den letzten Jahrzehnten umfassend restauriert worden. Nachdem zuletzt der Dachstuhl des Kirchenschiffes erneuert wurde, beginnt jetzt die Sanierung des Kirchturms. Dabei sollen vor allem die Holzverkleidungen des Turmes ausgetauscht werden. Bei Arbeiten am Kirchturm sind auch hier Schwingungen bedingt durch das Glockengeläut aufgefallen. Eine Bestimmung von Amplitude und Frequenz dieser Schwingungen wird von Seite der Kirchengemeinde begrüßt. Bei der St. Peter Kirche Altentreptow ist das Verhalten des Turmes und der Läuteplan vorab nicht bekannt gewesen. Hier erweist sich der neuentwickelte Sensor in Verbindung mit der Kurzzeitfouriertransformation als besonders effektiv. Nach nur einer Messung mit einer Dauer von ca. 30 Minuten kann ein Schwingverhalten sowohl zeitlich als auch in der Amplitude bestimmt werden, siehe Abb. 2.

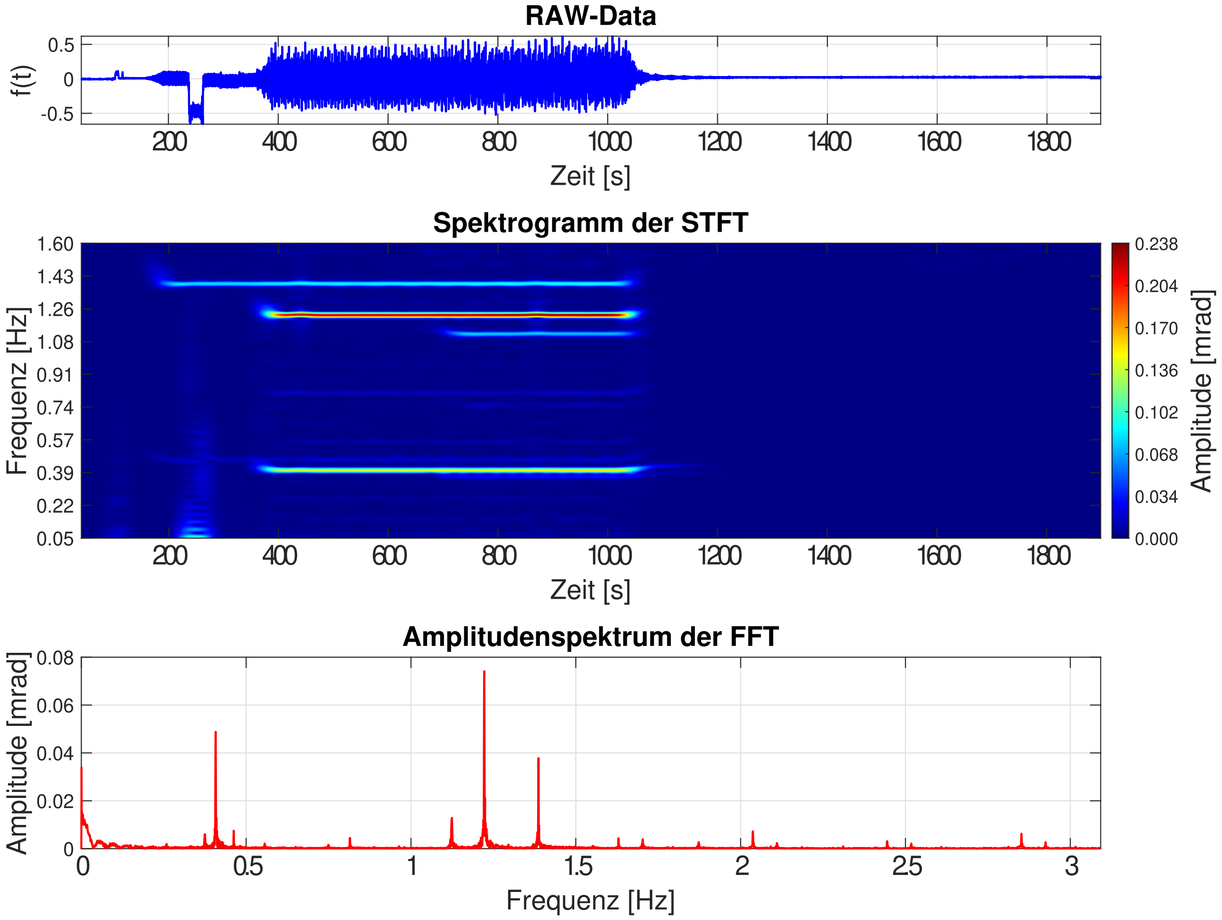

Abb. 2: Amplitudenspektrum und Spektrogramm der NIVEL-Messung an der St.-Petri-Kirche

Bei der Kurzzeitfouriertransformation ist immer ein Kompromiss zwischen der Zeitauslösung und der Frequenzauflösung erforderlich, da beide Auflösungen können nicht beliebig gesteigert werden können.

Literatur

HEUNECKE, O., KUHLMANN, H., WELSCH, W., EICHHORN, A. & NEUNER, H. (2013): Handbuch Ingenieurgeodäsie – Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen. 2. Auflage. Wichmann, Berlin/Offenbach.

HEXAGON MANUFACTURING INTELLIGENCE (2017): Leica Absolute Tracker AT960 Brochure. https://www.hexagonmi.com/de-DE/products/laser-trackersystems/leicaabsolute-tracker-at960 (29.08.2019).

HORNIK, K., STINCHCOMBE, M. & WHITE, H. (1989): Multilayer feedforward networks are universal approximators. In: Neural Networks, 2 (5), S. 359-366.